

Autor: Ing. Petr Žufan | Vedoucí: Ing. Michal Bidlo Ph.D.

## Úvod

Kvantová fyzika představuje mimořádně náročný obor, jehož základy byly položeny již na počátku 20. století. Přestože i dnes existují nevyřešené otázky, týkající se hlavně interpretace některých poznatků, mají principy kvantové teorie řadu praktických uplatnění - např. ve vývoji polovodičů nebo optoelektronice. Kvantová fyzika tak významně přispěla i na cestě vývoje moderní výpočetní, komunikační nebo zobrazovací techniky.

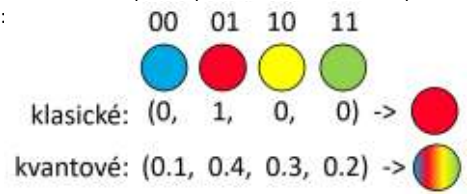
## Motivace a cíle

Pokračováním této cesty je využití kvantových principů přímo pro realizaci výpočtů, což vedlo ke zrodu nového oboru - kvantových počítačů. Navzdory dosud nízké dostupnosti kvůli zásadním technickým aspektům může mít koncept kvantového počítání značné výhody oproti konvenčním počítačům - zejména možnost podstatné redukce výpočetní nebo energetické náročnosti některých úloh.

Programování kvantových počítačů představuje komplexní problém, jelikož v popisu stavu systému přirozeně vystupuje neurčitost a přechody mezi stavy mají pravděpodobnostní charakter. Nelze tedy použít zavedené programovací postupy. Cílem této práce je s využitím klasických počítačů návrh kvantových operátorů a algoritmů automatizovat. Výsledky a poznatky tohoto výzkumu mohou otevřít cestu k širšímu rozvoji kvantových počítačů a energeticky úsporných zařízení.

## Matematický aparát

Bity v klasické informatice nabývají hodnot 0 nebo 1. Stav dvoubitového systému lze vyjádřit binárním vektorem, jak je uvedeno na následujícím obrázku. Na rozdíl od toho kvantové systémy nabývají všech hodnot zároveň s určitou pravděpodobností. Jedná se o tzv. **superpozici** stavů popsanou vektorem pravděpodobností. Příklad s reprezentací základních barev:



Operátor v kvantovém systému je popsán unitární maticí  $U$ , výpočet nového stavu  $v_{\text{nový}}$  je proveden jako součin vektoru aktuálního stavu  $v$  a operátoru  $U$ , tj:

$$v_{\text{nový}} = vU \quad (1)$$

## Návrh kvantových operátorů

Úloha návrhu kvantového operátoru spočívá v nalezení vhodné unitární matice  $U$ . Za tímto účelem byly v této práci použity evoluční algoritmy, jejichž činnost je inspirována biologickou evolucí, a lze ji znázornit následujícím obrázkem.



Cílem evoluce je nalezení takového operátoru  $U$ , pro který je minimalizován rozdíl hodnot vektoru  $v_{\text{nový}}$  oproti požadovanému vektoru  $v_{\text{referenční}}$  (chyba).

## Provedené experimenty

Tato práce prezentuje systematický výzkum evolučního návrhu kvantových operátorů využívající následující reprezentací unitárních matic dle následujících zdrojů:

- HUTSELL, S. a GREENWOOD, G. *Applying evolutionary techniques to quantum computing problems*. Proc. of the 2007 IEEE CEC, Singapore, 2007.
- MACKINNON, D. *Evolving Quantum Algorithm with Genetic Programming*. The University of Guelph. 2017.
- Reprezentace založená na algebraické metodě zvané QR dekompozice (**v této úloze použita poprvé**).

Vyhodnoceno na návrhu následujících kvantových operátorů:

- Maximálně smíšený stav
- Kvantové provázání
- Identifikace maximální amplitudy
- Řízený invertor (kvantové hradlo CNOT)

## Příklad kvantového operátoru

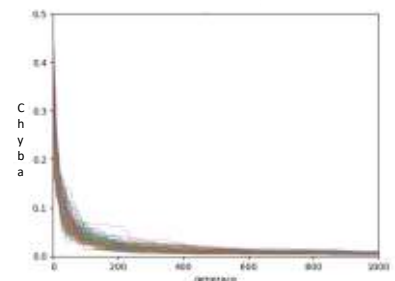
Cílem nechť je například nalezení operátoru, který z jedné konkrétní barvy vytvoří maximálně smíšený stav, v němž je každá barva zastoupena se stejnou pravděpodobností. Řešení dle rovnice (1):

$$(1, 0, 0, 0) \begin{pmatrix} 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = (0.25, 0.25, 0.25, 0.25)$$

## Výsledky

Během evoluce se kandidátní řešení zlepšuje a snižuje se chyba výsledku, dokud není nalezené řešení dostatečně přesné. To je ukázáno na grafu konvergenčních křivek, který zobrazuje snižování chyby nejlepšího řešení velmi blízko hodnotě 0.

Tabulka zobrazuje počty úspěšných běhů a nejnižší a nejvyšší počet generací evoluce potřebný k nalezení funkčního řešení pro různá nastavení evoluce (genetického algoritmu) v uvažovaných úlohách a reprezentacích kvantových operátorů.



Evolutionary algorithm	GA	GA+C	GA+C+N	GA+N
<b>Operator-representation (max. num. of generations)</b>				
<b>CNOT+HG (30,000)</b>	55 81 24	72 42 16	71 52 18	54 59 22
<b>CNOT+M (30,000)</b>	68 156 56	78 153 40	76 129 48	58 209 25
<b>CNOT+QR (30,000)</b>	57 218 51	87 275 53	90 271 50	45 207 27
<b>3-qubit entanglement+HG (10,000)</b>	19 100 32	21 91 18	22 98 20	15 96 28
<b>3-qubit entanglement+M (10,000)</b>	2 27 28	0	0	0
<b>3-qubit entanglement+QR (10,000)</b>	100 90 29	100 89 19	100 70 22	100 90 17
<b>4-qubit maximisation+HG (50,000)</b>	2 483 424	2 430 406	1 466 466	2 394 321
<b>4-qubit maximisation+M (50,000)</b>	0	2 340	2 311	3 494
<b>4-qubit maximisation+QR (50,000)</b>	17 489 263	20 489 199	8 493 161	15 500 268

Výsledky ukazují že nově použitá technika QR dekompozice vykazuje v porovnání s ostatními technikami vyšší úspěšnosti.

## Zhodnocení

Tato práce představuje první systematickou studii tohoto typu a rozsahu demonstrující schopnosti různých možností evolučního návrhu kvantových operátorů. Zde poprvé použitá technika QR dekompozice vyšla v řadě případů nejlépe ve srovnání s ostatními technikami. Výsledky byly zaslány k publikaci na mezinárodní konferenci SSCI2020.

**Poděkování:** Tato práce byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy z podpory Velkých infrastruktur pro výzkum, experimentální vývoj a inovace v rámci projektu "IT4Innovations národní superpočítačové centrum - LM2015070".